

## DC Motor Pozisyon Kontrolü için Ayırık Zaman PD Katsayılarının Parametrik Denklemlerle Elde Edilmesi

<sup>1</sup>Ayhan Ozdemir and <sup>1</sup>İbrahim Mucuk

<sup>1</sup>Faculty of Engineering, Department of Elektrical Elektronical Engineering Sakarya University, Turkey

### Abstract

In this study, discrete time digital PD controller coefficients commonly used in the industry are obtained by using parametric equations providing systematic convenience, and DC machine position control is implemented in real time. In DC machine position control applications in the literature, discrete time controller coefficients are obtained indirectly based on continuous time design and transformation in the calculation of controller coefficients. In the case of direct discrete time design, the controller coefficients are obtained as a result of solving long analytical equations and performing operations. In the present study, as a new approach in DC machine position control, according to the determined performance digital controller coefficients are obtained by using model based compact form formulation which do not require computational load. By comparing the results of simulation and real-time studies, the correctness of the design is demonstrated.

**Key words:** , DC motor, Modelling, PID controller, Discrete times,

### Özet

Bu çalışmada, endüstride yaygın olarak kullanılan ayırık zaman sayısal PD kontrolör katsayıları sistematik kolaylıklar sağlayan parametrik denklemler kullanılarak elde edilmiş ve DC makine pozisyon kontrolünde gerçek zamanlı olarak uygulanmıştır. Literatürde bulunan DC makine pozisyon kontrol uygulamalarında kontrolör katsayılarının hesabında sürekli zamana dayalı tasarım sonucunda dönüşüme dayalı olarak ayırık zaman katsayıları dolaylı olarak elde edilmektedir. Doğrudan ayırık zamanda ise uzun analitik denklemlerin çözülmesi ve işlemlerin yapılması neticesinde kontrolör katsayıları elde edilmektedir. Sunulan çalışmada ise belirlenen performansa göre DC makine pozisyon kontrolünde yeni yaklaşım olarak hesap yükü gerektirmeyen, basit işlemler ile sayısal kontrolör katsayıları doğrudan ayırık zamanda kompakt kapalı form ifadeler kullanılarak elde edilmiştir. Simülasyon ve gerçek zaman çalışmaları sonuçları karşılaştırarak tasarımın doğruluğu gösterilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Modelleme, DC motor. PID kontrolör, Ayırık zaman

### 1. Giriş

*PID* kontrolör diğer kontrol yöntemlerine göre daha kolay uygulanabilirliği, basit yapısı ve kolay anlaşılabilirliği sayesinde endüstride geniş bir şekilde kullanılmaktadır [1]-[3]. Bu kolaylıkların yanında *PID* kontrolörün istenilen performans kriterlerini yerine getirmesi ve parametrelerin kolay bir şekilde değiştirilebilmesi hem kullanıcı için hem de tasarımcı için önemlidir [4],[5].

DC motor konum/hız kontrolünün kolay, ilk maliyetlerinin ucuz olması sebebiyle endüstride geniş bir şekilde kullanılmaktadır ve literatürde bu konu ile ilgili birçok çalışma bulunmaktadır. Son yıllarda DC motor konum/hız kontrolünde sezgisel algoritma tabanlı *PID* kontrolör yaygın olarak çalışılmaktadır [6]-[9]. Ancak sezgisel algoritmalar tabanlı *PID* kontrolör uygulamalarında hesap yükü çok fazladır.

[10] 'da Nichol-Ziegler yöntemi kullanılarak kontrolcü tasarlanmıştır. Bu yöntemde DC motorun matematik modeli 1. Derece ölü zamanlı sistem olarak kabul edilmektedir.

Son yıllarda mikroişlemci, PLC gibi sayısal işlemcilerde gerçekleşen teknolojik ilerlemelerle ve sayısal kontrolörlerin analog kontrolörlere göre daha üstün özellikleri [11] sayesinde endüstride sayısal kontrolör kullanımı yaygınlaşmıştır. Kontrol sistemlerinde sayısal kontrolör kullanımı tasarımcıları ayrık zaman tasarımlar yapmaya zorlasa da literatürde az sayıda ayrık zaman sayısal *PID* tasarım yöntemi bulunmaktadır.

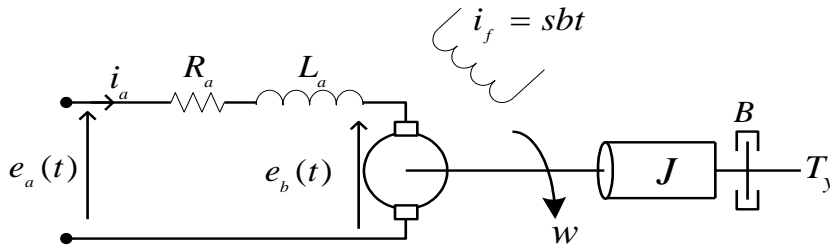
[12]' de gerçek zaman DC motor hız kontrolünde kontrolcü katsayıları simülasyon çalışması ile deneme yanılma yöntemi ile bulunmaktadır.

Bu çalışmada belirlenen performansa göre DC makine pozisyon kontrolünde yeni yaklaşım olarak hesap yükü gerektirmeyen, basit işlemler ile modele dayalı sayısal kontrolör katsayılarını doğrudan ayrık zamanda elde etmeyi sağlayan kompakt kapalı form ifadeleri [13] kullanılmıştır. DC makine pozisyon kontrolünde simülasyon ve gerçek zaman çalışmalarına ait dinamik cevaplar istenen performans cevap ile karşılaştırılarak tasarım doğruluğu gösterilmiştir.

Bu çalışmanın ikinci bölümünde sistemin matematik modeli elde edilir, üçüncü bölümde kontrolcü tasarımı gerçekleştirilir ve dördü bölümde gerçek zaman uygulama ve simülasyon çalışmaları ve son bölümde sonuçlar verilmiştir.

## 2. Sistem Modelinin Elde Edilmesi

Rotor kontrollü Dc makine eşdeğer devresi şekil 1'de verilmiştir.



Şekil 1. DC makine eşdeğer devresi

- $R_a$ : Armatür Direnci
- $L_a$ : Armatür Endüktansı
- $i_a$ : Armatür Akımı
- $e_a$ : Giriş Gerilimi ( $V_{ort}$ )
- $e_b$ : Zıt Elektromotor Gerilimi
- $K_t$ : Moment Sabiti
- $K_b$ : Zıt Elektromotor Sabiti
- $T_y$ : Yük Momenti
- $T_m$ : Mekanik Moment
- $W_m$ : Rotor Açılma Hızı
- $\Theta_m$ : Rotorun Açılma Konumu
- $J_m$ : Mil Ataleti
- $B_m$ : Viskoz Sürtünme Katsayısı

Eşdeğer devre kullanılarak sistemi tanımlayan diferansiyel denklemler [7] yardımıyla DC motor konum kontrolü için transfer fonksiyonu denklem (1)'deki gibi elde edilir.

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{E_a(s)} = \frac{\frac{K_t}{L_a J_m}}{\left( s^3 + s^2 \left( \frac{L_a B_m + R_a J_m}{L_a J_m} \right) + s \left( \frac{R_a B_m + K_t K_b}{L_a J_m} \right) \right)} \quad (1)$$

Denklem (1)'te verilen tam modelde mekanik zaman sabiti elektrik zaman sabitinden çok büyük olduğu için  $L_a$  armatür endüktansı sıfır alınarak sistem derecesi düşürülmüştür ve basit model transfer fonksiyonu denklem (2)'te verilmiştir.

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{E_a(s)} = \frac{(K_i/R_a J_m)}{s(s + (R_a B_m + K_i K_b)/(R_a J_m))} \quad (2)$$

Kontrolör tasarımı modele dayalı olduğundan sistemin açık çevrim kazancının(K) ve zaman sabitinin ( $\tau$ ) bilinmesi gerekmektedir. Bu çalışmada sistemin açık çevrim hız performans eğrisi kullanılarak sistemin açık çevrim kazancı(K) ve zaman sabiti ( $\tau$ ) elde edilmiştir ve sistem transfer fonksiyonu denklem (3) gösterilmiştir.

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{E_a(s)} = \frac{K}{s(\tau s + 1)} \quad (3)$$

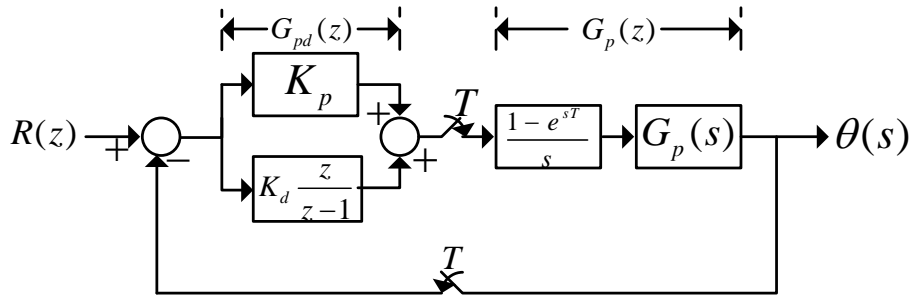
Sistemin matematik modeline ait ayrık zaman transfer fonksiyonu

$$G_p(z) = \frac{\theta(z)}{E_a(z)} = \mathbb{Z} \left\{ \frac{1 - e^{-sT}}{s} \frac{K}{s(\tau s + 1)} \right\} \quad (4)$$

ile verilir.

### 3. Kontrolör Tasarımı

Ayrık zaman sayısal PD kontrolör tasarımı için [13] de önerilen modele dayalı kompakt form formülleri kullanılmıştır. Şekil 2'de ayrık zaman kapalı çevrim kontrol blok diyagramı verilmektedir.



Şekil 2. PD kontrolör sistemi kontrol blok diyagramı

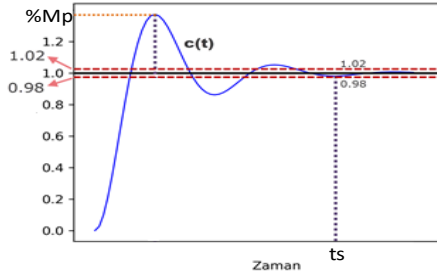
Kontrolör tasarım adımları aşağıda verildiği gibidir.

- I. Tasarımın en önemli adımı örnekleme zamanı seçimidir. Sistemin zaman sabitine göre örnekleme zamanı seçilir ve seçilen örnekleme zamanına göre sistemin ayrık zaman transfer fonksiyonu elde edilir.

$$G_p(z) = \mathbb{Z} \left\{ G_{zoh}(s) G_p(s) \right\} = \mathbb{Z} \left\{ \frac{1 - e^{-sT}}{s} G_p(s) \right\} \quad (5)$$

- II. Yüzde aşım ve yerleşme zamanına göre sistemin dinamik davranışı belirlenir. Sistemin doğal

frekansını ( $w_n$ ) ve sönüm oranını ( $\xi$ ) denklem (6)-(7) kullanılarak elde edilir.



$$\%Mp = e^{-\frac{\pi \xi^2}{\sqrt{1-\xi^2}}} \quad (6)$$

$$t_s = \frac{4}{\xi w_n} \quad \%2 \text{ kriteri için} \quad (7)$$

Şekil 3. İkinci derece örnek sistem basamak cevabı

- III. Sistemin doğal frekansını ( $w_n$ ) ve sönüm oranını ( $\xi$ ) denklem (8)-(9)' da yerine koyularak süreli ve ayrık zaman kontrol kökleri elde edilir.

$$s_{1,2} = -\xi w_n \pm j w_n \sqrt{1-\xi^2} \quad (8)$$

$$z_1 = e^{s_1 T} = |z_1| e^{j\beta} \quad (9)$$

- IV.  $z_1$  kompleks sayısı denklem (5)'de yerine koyularak

$$G_p(z_1) = |G_p(z_1)| e^{j\psi} \quad (10)$$

kompleks sayısı elde edilir.

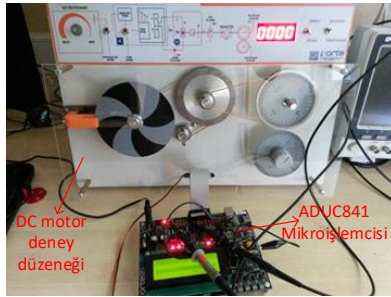
- V. Elde edilen  $|z_1|$ ,  $\beta$ ,  $|G_p(z_1)|$  ve  $\psi$  parametreleri denklem (11)-(12)' de yerine koyularak  $K_p$  ve  $K_d$  elde edilir.

$$K_p = -\frac{\cos(\psi)}{|G_p(z_1)|} + \frac{-|z_1| \sin(\psi) + \cos(\beta) \sin(\psi)}{|G_p(z_1)| \sin(\beta)} \quad (11)$$

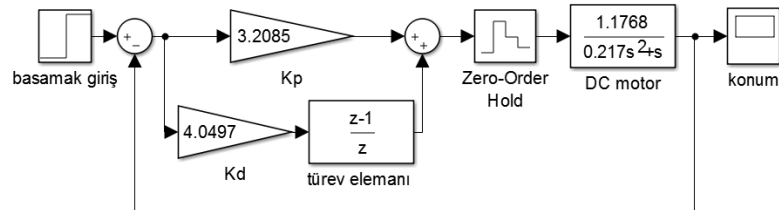
$$K_d = \frac{|z_1| \sin(\psi)}{\sin(\beta) |G_p(z_1)|} \quad (12)$$

#### 4. Simülasyon ve Gerçek Zaman çalışması

Simülasyon ve gerçek zaman çalışmalarında şekil 2' te verilen kontrol blok diyagramı kullanılmaktadır. Gerçek zaman uygulamada ADUC841 mikrokontrolör tabanlı denetleyici ve DC motor+yük deney düzeneği kullanılmıştır. Kurulan deney düzeneği ve simülasyon devresi şekil 4' te verilmiştir. Simülasyon çalışması MATLAB/Simulink ortamında yapılmaktadır.



(a)

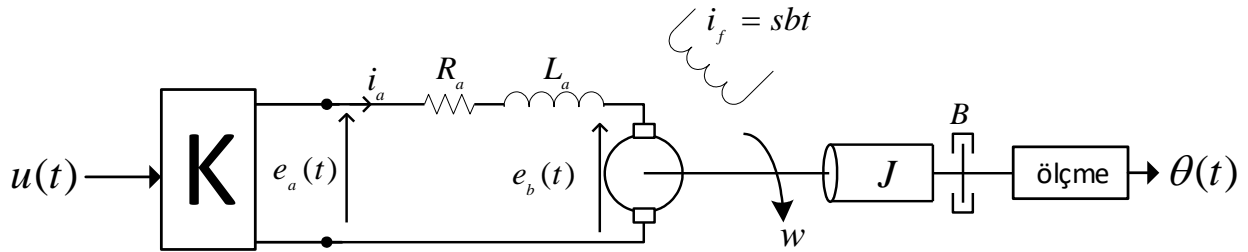


(b)

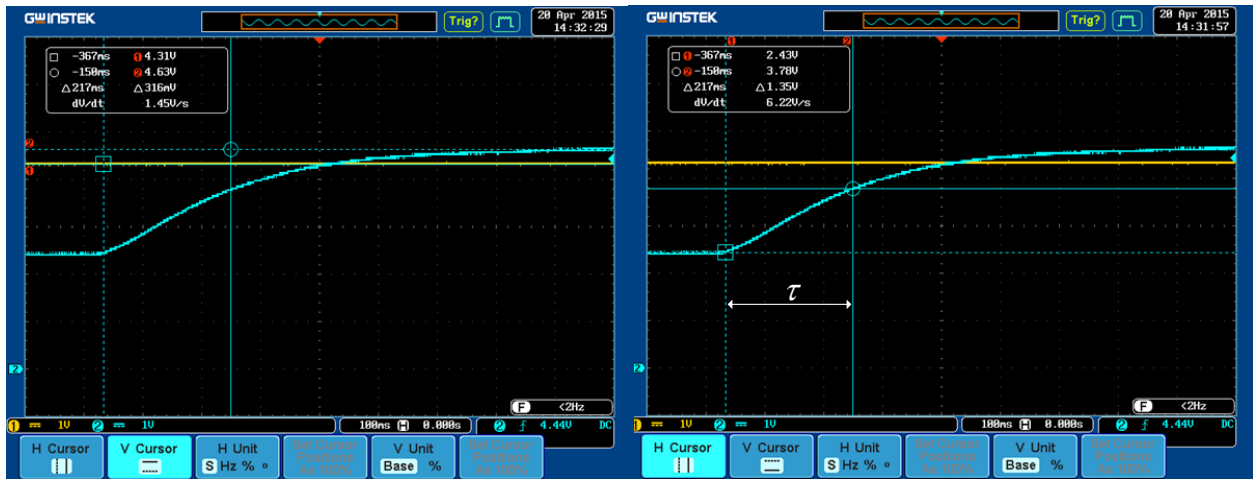
Şekil 4. Gerçek zaman deney düzeneği(a); Simülasyon devresi(b)

Gerçek zaman uygulama

- a) Sistem modellemesi için sistemin açık çevrim kazancının (K) ve zaman sabitinin ( $\tau$ ) deneysel olarak elde edilmesi
- b) Bölüm 3’ te verilen denklemler kullanarak kontrolör katsayılarının bulunması ve kapalı çevrim deneyin gerçekleştirilmesi aşamalarından oluşmaktadır.



(a)



(b)

(c)

Şekil 5. DC motor açık çevrim blok diyagramı(a);DC motor hız performans cevabı kazancı(b); DC motor zaman sabiti(c)

Şekil 5 de verilen açık çevrim cevaplardan sistemin transfer fonksiyonu

$$G(s) = \frac{1.1768}{s(0.217s + 1)} \quad (13)$$

şeklinde elde edilmiştir.

Örnekleme zamanı(T) 0.04s seçilmiş ve ayrık zaman transfer fonksiyonu denklem (14)’ te verilmiştir.

$$G_p(z) = \mathbb{Z} \left\{ \frac{1 - e^{-sT}}{s} G_p(s) \right\} = \frac{0.0041z + 0.0039}{z^2 - 1.831z + 0.831} \quad (14)$$

**Tablo 1.** Belirlenen performans şartları

yüzde aşım(%Mp)	yerleşme zamanı( $t_s$ )
%8	1.5 s

Tablo 1’de seçilen performans kriterlerine göre sistemin doğal frekansı ( $w_n$ ) ve sönüm oranı ( $\xi$ )

$$\xi = 0.6265 \quad (15)$$

$$w_n = 4.2559 \quad (16)$$

şeklinde elde edilmiştir.

Denklem (15)-(16)’ da elde edilen değerler denklem (8)-(9)’ da yerine koyularak sürekli zaman ve ayrık zaman kontrol kutupları elde edilmiştir.

$$s_{1,2} = -2.6667 + 3.3168 \quad (17)$$

$$z_1 = |z_1| e^{j\beta} = 0.8988 e^{j0.132} \quad (18)$$

$z_1$  kompleks sayısı denklem (14)’ te yerine koyularak

$$G_p(z_1) = |G_p(z_1)| e^{j\psi} = 0.352 e^{j2.93} \quad (19)$$

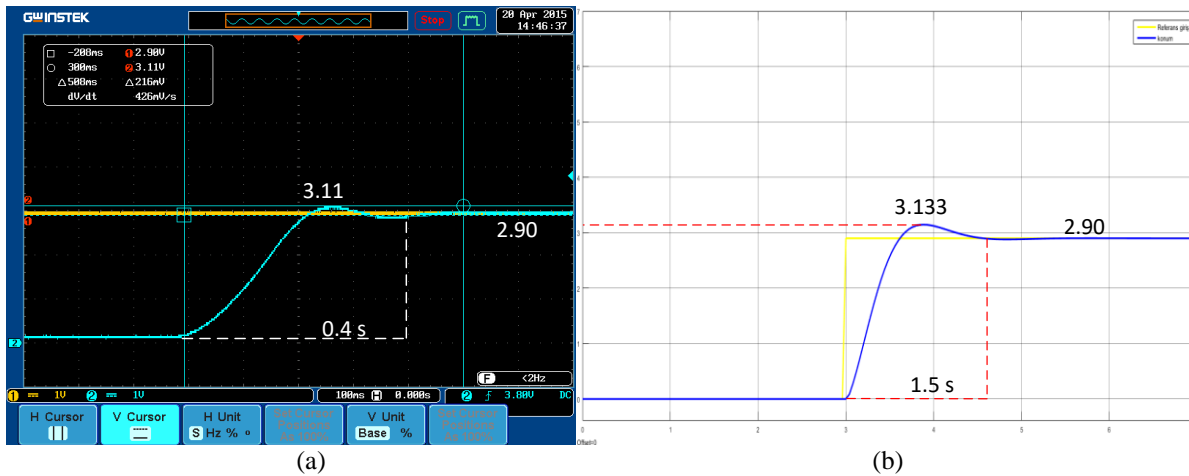
kompleks sayısı elde edilir.

$|z_1|$ ,  $\beta$ ,  $|G_p(z_1)|$  ve  $\Psi$  parametreleri denklem (11)-(12)’ de yerine koyularak  $K_p$  ve  $K_d$  elde edilmiştir.

$$K_p = 3.208 \quad (20)$$

$$K_d = 4.049 \quad (21)$$

Elde edilen kontrolör katsayıları ile gerçekleştirilen gerçek zaman/simülasyon DC makine pozisyon kontrolü için sistemin kapalı çevrim basamak cevabı şekil 5’te karşılaştırmalı olarak verilmiştir.



**Şekil 5.** Gerçek zaman sistem basamak referans cevabı(a); Basamak referans için simülasyon sonucu(b)

Simülasyon ve gerçek zaman kapalı çevrim basamak cevaplarından sayısal *PD* ile kontrol edilen DC motorun kararlı olduğunu, tablo 2’de belirlenen performans kriterlerini karşıladığını ve basamak giriş için sürekli hal hatasını sıfırladığı görülmektedir.

**Tablo 2.** Kapalı çevrim performansları

	yüzde aşım(% <i>Mp</i> )	Yerleşme zamanı( <i>t<sub>s</sub></i> )
İstenilen performans	%8	1.5 s
Gerçek zaman	%7.24	0.4 s
Simülasyon	%8.03	1.5 s

Tablo 2’ de verilen sonuçlara bakıldığında gerçek zaman uygulama ve simülasyon sonuçlarında küçük farklılıklar vardır. Bu farklılıklar sistem modellemede yapılan yaklaşıklıklardan ve ölçüm hatalarından kaynaklanmaktadır.

## 5.Sonuç

DC makine pozisyon kontrolünde yeni bir yaklaşım olarak modele dayalı kompakt kapalı form parametrik denklemler kullanılarak tasarlanan kontrolörün doğruluğu simülasyon/gerçek zaman çalışma ile başarılı bir şekilde gösterilmiştir. Sayısal PD kontrolör tasarımında modele dayalı kompakt kapalı form parametrik denklem kullanımının tasarımı oldukça basitleştirdiği görülmüştür. Elde edilen sonuçlar tasarımın belirlenen performans kriterlerini sağladığını göstermektedir.

## Referanslar

- [1]R. Toscano. A simple robust PI/PID controller1 design via numerical optimization approach. Journal of Process Control 15 (2005) 81–88
- [2]Kiam Heong Ang, Gregory Chong, Yun Li. PID Control System Analysis, Design, and Technology. IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY, VOL. 13, NO. 4, JULY 2005
- [3] K.J. Astrom, T.Hagglund . The future of PID control. Control Engineering Practice 9 (2001) 1163–1175
- [4] Hang Wu, Weihua Su, Zhiguo Liu. PID controllers: design and tuning methods. 2014 IEEE 9th Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA)
- [5] Qing-Guo Wang, Tong-Heng Lee, Ho-Wang Fung, Qiang Bi, and Yu Zhang. PID Tuning for Improved Performance. iee transactions on control systems technology, vol. 7, no. 4, july 1999
- [6] Neenu Thomas, Dr. P. Poongodi. Position Control of DC Motor Using Genetic Algorithm Based PID Controller. Proceedings of the World Congress on Engineering 2009 Vol II WCE 2009, July 1 - 3, 2009
- [7] Serhat DUMAN, Dinçer MADEN, Uğur GÜVENÇ. Determination of the PID Controller Parameters for Speed and Position Control of DC Motor using Gravitational Search Algorithm.

- [8] Iram Khanam, Girish Parmar. Control of DC Motor by SFS/PID Approach and A Comparative Study . International Journal of Engineering Technology, Management and Applied Sciences Volume 5, Issue 5, ISSN 2349-4476
- [9] Mehdi Nasri, Hossein Nezamabadi-pour, Malihe Maghfoori. A PSO-Based Optimum Design of PID Controller for a Linear Brushless DC Motor. Proceedings of world academy of science, engineering and technology volume 20 april 2007 ISSN 1307-6884
- [10] Atef Saleh Othman Al-Mashakbeh. Proportional Integral and Derivative Control of Brushless DC Motor. European Journal of Scientific Research ISSN 1450-216X Vol.35 No.2 (2009), pp.198-203
- [11] Souvik Chattopadhyay, Somshubhra Das. A Digital Current Mode Control Technique for DC-DC Converters. 0-7803-8975-1 /05/\$20.M) 02Do5 IEEE.
- [12] Guoshing Huang, Shuocheng Lee. PC-based PID Speed Control in DC Motor. 978-1-4244-1724-7/08/\$25.00 ©2008 IEEE
- [13] A. Ozdemir, Z. Erdem. A New Approach for Calculation of PID Parameters with Model Based Compact Form Formulations. ELEKTRONIKA IR ELEKTROTECHNIKA, ISSN 1392-1215, VOL. 20, NO. 3, 2014